Győry László

Néhány gondolat a beton matematikai statisztikai értékeléséhez

DR. GYÖRGY LÁSZLÓ

Sok tényező befolyásolja a beton minőségének ingadozását. A szilárdság ingadozásainak okait kutatva még mindig nem sikerült tisztázni az egyes összetevők hatását. Annyi bizonyos, hogy a gondosan összekevert, azonos keverésből származó szilárdsági testeknek is tetemes az eltérésük. Az 1966-ban a KGST-ben folytatott kísérletek szerint a ,,homogén'' beton szórási határát az

$$s_n = 10 + 0{,}06\bar{K} \quad (1)$$

képlettel adták meg. Ezt az eredményt mutatják a cementvizsgálati próbatestek ingadozásai is egy azonos korosztályon belül. Többször felmerült, hogy ezt az értéket, mint megengedett vizsgálati szórást fogadjuk el, hiszen egy 100 kp/cm² szilárdságú beton esetében ez 16%-nak felel meg, és az MSZ 4715-ben a vizsgálati szórásra 15%-ot engednek meg. Természetesen egy 400 kp/cm² beton esetében 34 kp/cm² a szórás értéke ez kereken 8,5%-nak felel meg. Amennyiben a szórás értéke ezeknél nagyobb úgy nagy a valószínűsége, hogy a beton készítése nem egyenletes. Tehát vagy az adalékanyag, vagy készítési módja, összetétele, lényegesen változott. A változások figyelembevételére az új előírások a minősítő ($K_{\min}$) értéket vezették be. A

$$K_{\min} = \bar{K} - t \cdot s \quad (2)$$

képlettel számítandó, ahol

$\bar{K}$ = a mintából számított átlag kp/cm²
t = a valószínűségi szinttől és a megbízhatóságtól függő állandó
s = a mintából számított négyzetes szórásból vont gyök kp/cm².

A kevésszámú (n) szúrópróbából való következtetés is növeli a bizonytalanságot, mind az átlag, mind a szórás értékének becslésénél. Vizsgáljuk meg csak az ,,n''-től függően a szórás növekedését.

Legyen a vizsgált beton tényleges átlagértéke μ és szórása σ. Normális gyakorisági eloszlást feltételezve az átlag szórása $\sigma/\sqrt{n}$ és a szórás $\sigma/\sqrt{2n}$ szórásértékkel közelíthető. Meghatározhatjuk a chí-négyzet eloszlás segítségével pontosabban is a szórás határait.

Nézzünk egy példát. Vizsgáljuk meg hogyan változik egy $\sigma = 30$ kp/cm² szórású alapsokaság megbízhatósági intervalluma 95%-os szinten a db-szám függvényében.

n db	$\sigma/\sqrt{n}$ kp/cm²	Chí-négyzet eloszlás szerint (95% szinten) $s_{\min}$	$s_{\max}$
		kp/m²	
3	±29	16	216
5	±22	18	87
11	±15	21	53
30	±9	25	41
100	±5	26	35

A 2. képletbe behelyettesítve a $t = 2$ értékkel 3 db esetében a következő értéket kapjuk egy 400-as átlagszilárdságú és 30 kp/cm² szórású beton esetében.

$K_{\min}$ felső értéke $= \bar{K} + 29 - 2 \times 16 = 397$ kp/cm²
$K_{\min}$ alsó értéke $= \bar{K} - 29 - 2 \times 216 = -61$ kp/cm².

Az alsó határ természetesen irreális.

Nézzük az egyszerűbb közelítést. A $K_{\min}$ érték szórása közelítőleg:

$$s_{K\min} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + t^2 \frac{\sigma^2}{2n}}.$$

A t értékére az MSZ 4720 tervezet szerint a következő értékeket írják elő:

	n	3	5	10	30	40	100
t	75%-os megbízhatóság	3,25	3,10	2,66	2,27	2,22	2,13
	50%-os megbízhatóság	2,80	2,52	2,20	2,07	2,00	2,00

Az előző példa adatait véve alapul, 75% megbízhatóság és $n = 3$ db esetében a $K_{\min}$ érték szórása:

$$s_{K\min} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + 3{,}25^2 \frac{\sigma^2}{2n}} = \sqrt{\frac{30^2}{3} + 3{,}25^2 \frac{30^2}{2 \cdot 3}} = 44 \text{ kp/cm}^2 \quad (3)$$

$$\bar{K}_{\min} = \bar{K} - 3{,}25 \cdot 30 \pm 2 \times 44 =$$

felső $\bar{K}_{\min} = 303 + 88 = 391$ kp/cm²
alsó $\bar{K}_{\min} = 303 - 88 = 215$ kp/cm².

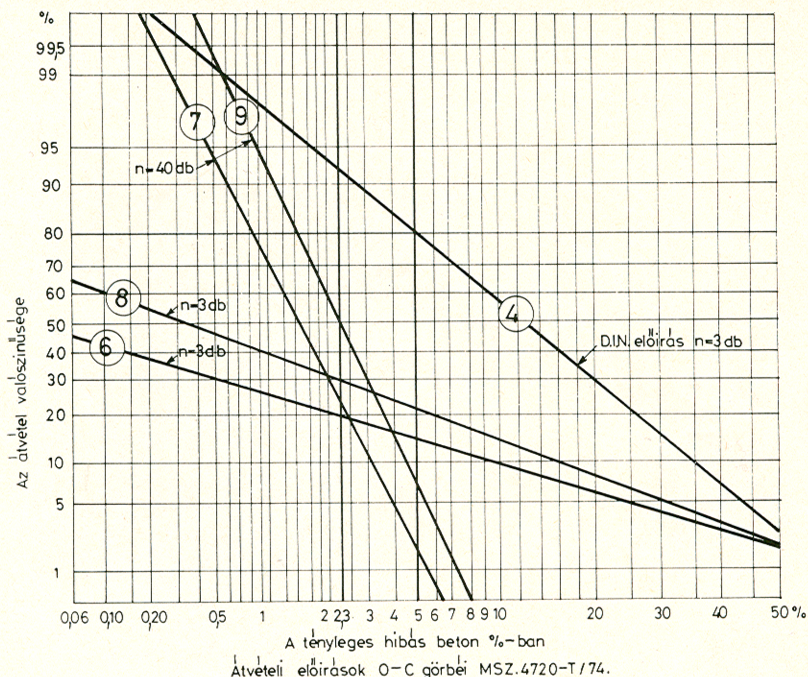
Ezek az értékek már reálisabbak, de még így is nagy az eltérés a valódi $K_{\min} = 400 - 2 \times 30 = 340$ kp/cm² értéktől. Az eltérés egyik oka a kis db-szám mellett, hogy a nagyon nagy biztonságra való törekvés mellett a t értéke is magas és így az úgynevezett másodfajú hiba nagysága nagy.

Figyelembe véve, hogy a $K_{\min}$ értékét a kész szerkezetben kell biztosítani, látható, hogy az érték előírása eléggé laza. Az előírás átvételi karakterisztika görbéit is megrajzoltuk, közelítően a fenti kérdés tisztázásához K. Stange-féle kétszeres valószínűségű léptékű papiron [1].

Összehasonlítással nézzük meg egy 3 db-os minta átvételi karakterisztikáját; a DIN előírása szerint

MAGYAR ÉPÍTŐIPAR 1975. 6. szám

1. ábra. Átvételi előírások O—C görbéi. MSZ 4720-T/74



és a jelenlegi hazai javaslat szerint [2]. A DIN előírását a szokásos képletalakba írva, ha az számított érték és minimális érték is a B_n-nél nagyobb, úgy a betont átvesszük.

$$\bar{K} - 50 \geq B_n \tag{4}$$

és a $K_1 \geq B_n$

K_1-gyel jelöltük a minimális értéket. A 4. képletet felírhatjuk az alábbi alakban is:

$$K_{5\%} = B_n = \bar{K} - 1 \cdot s \tag{5}$$

Az átlagot ($\bar{K}$) 3 db-ból számítjuk az s-et 50 kp/cm^2-nek vesszük.

A hazai előírás 75%-os megbízhatósága és 3 db esetén:

$$\bar{K} - 3{,}25s \geq K_{min} = K_{2,3} \tag{6}$$

A képlet $n = 40$ db esetében 75%-os megbízhatóság mellett:

$$\bar{K} - 2{,}2s \geq K_{min} \tag{7}$$

A fentieknek megfelelően 50% megbízhatóság és 3 db eredmény esetén:

$$\bar{K} - 2{,}8s \geq K_{min} \tag{8}$$

40 db vizsgálat esetén.

$$K - 2s \geq K_{min} \tag{9}$$

Az átvételi előírások 0,—C. görbéje a már említett eljárás szerint az 1. ábrán látható.

Az ábra vízszintes tengelyén a tényleges hibás mennyiség aránya %-osan van feltüntetve. A függőleges tengelyen az átvétel valószínűsége %-ban. Amennyiben a vizsgálatok száma végtelen ($n = \infty$) az ideális átvételi görbe függőleges egyenes a választott hiba %-nál (5., illetőleg 2,3).

A 4. jelű DIN előírás vonalát ④ jellel jelöltük.

Az ábrákból látható, hogy az 5%-os hibás betont tartalmazó jó betont 80%-os valószínűséggel veszi át az eljárás. A hazai javaslat a 2,3% hibás betont tartalmazó jó betont 20% valószínűséggel veszi át 6-os képlet, de 20% selejtet tartalmazót még 5% valószínűséggel átvesz. Még 40 db vizsgálat esetén is mutatja az a bizonytalanságot, amelyet az alkalmazott, túlzottan óvatos matematikai statisztikai eljárás jelent.

A bizonytalanságok láttán nyilván felmerül a kérdés, hogyan lehet biztonságosabbá tenni a beton megfelelő minőségben történő előállítását. A technológiai fegyelem növelése mellett a fenti előírások finomítására van szükség. Továbbá a vizsgálatok számának növelésére. Semmi esetre sem nélkülözheti a betongyártó a szakképzett betontechnológust és a laboratóriumot. Az eredmények értékelése pedig további útmutatást fog nyújtani a leghelyesebb és legmegfelelőbb értékelési eljárások kialakításához. Addig is a kutatási munkák értékelésénél az átlagérték, mint a legvalószínűbb és a legkisebb hibával rendelkező érték, maradjon az elbírálás alapja.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] Beurteilung der Betondruckfestigkeit mit Hilfe von Annalunekenulinieu (Teil 2). I. Bonzel und W. Manns. Betonherstellung und Verwendung. 1969. 8. 19. (p. 355).

[2] A betonok minőségének ellenőrzése. MSZ. 4720 — T. (1974. Tervezet.)